

чения с различными значениями  $K_i = V_i^2 h_i$ ,  $\lambda = K_1/K_2$  и  $V_1/V_2$  ( $1 - \lambda = 4.0180$ ,  $V_1/V_2 = 0.9272$ ,  $C_X = 0.0082$ ,  $C_Y = 1.6118$ ,  $h_1 = 7.8508$ ,  $h_2 = 1.6799$ ;  $2 - \lambda = 3.9524$ ,  $V_1/V_2 = 1.9762$ ,  $C_X = 0.4194$ ,  $C_Y = 4.8185$ ,  $h_1 = 1.9688$ ,  $h_2 = 1.9454$ ,  $3 - \lambda = 0.0725$ ,  $V_1/V_2 = 0.1837$ ,  $C_X = 1.9732$ ,  $C_Y = -4.6521$ ,  $h_1 = 1.8301$ ,  $h_2 = 0.8520$ ). Здесь же можно увидеть, как смещается вдоль щитка точка схода потока при изменении соотношения импульсов натекающих потоков (величины  $\lambda$ ). Сравнение полученных картин течения дает возможность сделать вывод, что если  $V_1/V_2 < 1$ , то при  $\beta < 0.5$  линия тока  $KD$  на бесконечности будет стремиться к оси  $x$ , но не пересекать ее. Когда  $V_1/V_2 > 1$ , линия  $KD$  пересечет ось  $x$ . Положение точки схода потока зависит от значений количества движения жидкости  $K_i$  и определяется величиной  $\lambda$ . Если  $\lambda > 1$ , то точка схода будет находиться на задней части щитка. Когда же  $\lambda < 1$ , точка схода лежит на участке  $B_1C$ .

## ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ СДВИГОВЫХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

Мухсичачоян А.Р.

*Институт механики НАН Армении, г. Ереван*

Рассмотрено распространение антиплоской гармонической волны сдвига  $U = \{0; 0; U_3(x, y, t)\}$  в двух упругих полупространствах, одно из которых является однородным, другое – слабо-неоднородным по глубине с общей границей, совпадающей с плоскостью  $y = 0$ . Слабая неоднородность среды заключается в том, что считаются медленно изменяющимися упругие характеристики рассматриваемой среды и амплитуда искомой волны (вследствие чего пренебрегают и второй производной амплитуды, и произведениями производных от амплитуд и упругих характеристик). Полупространства характеризуются соответственно модулями сдвига  $G_1, G_2(y)$  и плотностями  $\rho_1, \rho_2(y)$ .

На границе раздела двух жестко скрепленных полупространств имеем следующие условия

$$U^{(1)} = U^{(2)}, \quad \sigma_{32}^{(1)} = \sigma_{32}^{(2)}, \quad y = 0.$$

Из однородного полупространства на границу раздела под углом  $\alpha_0$  падает сдвиговая волна, удовлетворяющая уравнению движения Ламе. Поле упругих перемещений падающих и отраженных волн записывается в виде

$$U^1 = U_0 \exp[ik_1(x + \sqrt{\eta_1 - 1}y - \omega t)] + U_1 \exp[ik_1(x - \sqrt{\eta_1 - 1}y - \omega t)].$$

Здесь  $U_0$  и  $U_1$  – амплитуды соответственно падающей и отраженной сдвиговых волн,  $\eta_1 = v_1^2/c_1^2$ ,  $v_1 = \omega/k_1$  – скорость распространения волны вдоль поверхности  $y = 0$ ,  $c_1 = (G_1/\rho_1)^{1/2}$  – скорость сдвиговой волны в однородном полупространстве.

Решая для неоднородной среды, неоднородность которой задана по глубине полупространства, уравнение движения по методу медленно изменяющихся амплитуд [1] с точностью допущения слабо изменяющихся функций, получим решение в виде

$$U^{(2)} = \frac{U_2}{\sqrt{G_2(y)}\sqrt{\eta_2(y)-1}} \exp\left[ik_2\left(x + \int_0^y \sqrt{\eta_2(\zeta)-1}d\zeta - \omega t\right)\right],$$

где  $\eta_2 = \eta_2(y) = v_2^2/c_2^2(y)$ ,  $v_2 = \omega/k_2$  – скорость распространения волны вдоль поверхности  $y = 0$ ,  $c_2(y) = [G_2(y)/\rho_2(y)]^{1/2}$  – переменная скорость сдвиговой волны в слабо-неоднородном полупространстве. Удовлетворяя граничным условиям и переходя от трансцендентных уравнений к алгебраическим относительно произвольных постоянных  $U_1$  и  $U_2$  с учетом закона Снеллиуса для углов отраженной и преломленной волн, получим выражения для коэффициентов отражения и преломления. Эти коэффициенты являются комплексными и зависят как от величин физико-механических характеристик среды и их производных на поверхности  $y = 0$ , так и от длины волны. Показано, что при предельном переходе  $k \rightarrow \infty$  (коротковолновое приближение) волна как бы "не чувствует" слабую неоднородность. Рассмотрены два предельных случая: прямое и скользящее падение. Для углов больших критического ( $\arccos c_s = \alpha_0^{kp} < \alpha_0 < \pi/2$ ,  $c_s = c_2(0)/c_1$ ) отражение и преломление сдвиговых волн происходит без

генерации других типов волн. Однако для углов меньших критического в обоих полупространствах возбуждается неоднородная волна, то есть существуют сдвиговые поверхностные (локализованные) волны. Получены дисперсионное уравнение фазовой скорости этих волн и условия их существования. Определены угол полного прохождения волны (без отражения) из однородной в неоднородную среду и условия существования этого угла. Показано, что из-за неоднородности среды получается дополнительное условие, связывающее физико-механические характеристики с параметрами неоднородности среды. Неоднородность влияет на величину угла падения, при которой волна не отражается. Разделением действительных и мнимых частей в выражениях коэффициентов отражения и преломления получены величины амплитуд и фаз отраженной и преломленной волн.

Для периодически слабо-неоднородной среды проведен численный анализ процесса отражения и преломления волн. При таком выборе материалов сред, что однородной средой является алюминий, а граничным материалом неоднородной среды – вольфрам, показано, что с увеличением угла падения коэффициент отражения убывает, а коэффициент преломления, наоборот, увеличивается. Фаза отраженной волны с возрастанием угла падения убывает, фаза преломленной волны возрастает.

Установлено, что для выбранной пары материалов полное проникновение волны во вторую среду невозможно в силу невыполнения условий существования угла, при котором отражения не происходит. Однако при другом сочетании материалов: медь (однородная среда) и латунь (граничный материал неоднородной среды), – найден угол падения  $\alpha_0 = 34^\circ 20'$ , при котором волна не отражается. Выявлено влияние неоднородности на угол полного прохождения и установлено, что при увеличении параметра неоднородности угол полного прохождения уменьшается.

#### **Литература**

1. Белубекян М.В., Мухсичаочян А.Р. Сдвиговая поверхностная волна в слабо-неоднородных упругих средах // Акустический журнал – 1996. – Т. 42. – № 2. – С. 179–182.
2. Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. – Киев: Наукова думка, 1981. – 284 с.